Rumus-rumus untuk IPhO

Versi: 29 Januari 2012

Disusun oleh:
Jaan Kalda
Institute of Cybernetics at Tallinn University of Technology, Estonia
kalda@ioc.ee

Diterjemahkan oleh:
Zainal Abidin
SMAN 3 Bandar Lampung, Lampung 35116 - Indonesia
zay.abidin@gmail.com

I. Matematika

1. Deret Taylor (potong untuk pendekatan):
   $F(x) = F(x_0) + \sum F^{(n)}(x_0)(x - x_0)n/n!$
   Kasus khusus — pendekatan linear: $F(x) \approx F(x_0) + F'(x_0)(x - x_0)$
   Beberapa contoh untuk $|x| \le 1$: $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1 - x^2/2$, $e^x \approx 1 + x$, $\ln(1 + x) \approx x$, $(1 + x)^n \approx 1 + nx$
2. Metode perturbasi: tentukan solusi iteratif menggunakan solusi pada masalah "tak-terganggu" seperti pendekatan ke-nol; koreksi untuk pendekatan selanjutnya adalah perhitungan dengan dasar pada hitungan sebelumnya.
3. Solusi persamaan diferensial linear dengan konstanta $a_y'' + b_y' + c_y = 0$:
   $y = A\exp(\lambda_1 x) + B\exp(\lambda_2 x)$, dimana $\lambda_{1,2}$ adalah solusi dari karakteristik persamaan $a\lambda_2 + b\lambda + c = 0$ jika $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Jika solusi dari karakteristik persamaan adalah kompleks, dimana a, b dan c bilangan real, maka $\lambda_{1,2} = \gamma \pm i\omega$ dan $y = Ce^{\gamma x}\sin(\omega x + \varphi_0)$.
4. Bilangan kompleks:

$$z = a + bi = |z|e^{i\varphi},\ \bar{z} = a - ib = |z|e^{-i\varphi}$$

$$|z|^2 = z\bar{z} = a^2 + b^2,\ \varphi = \arg z = \arcsin\frac{b}{|z|}$$

$$\mathrm{Re}z = (z + \bar{z})/2,\ \mathrm{Im}z = (z - \bar{z})/2$$

$$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|,\ \arg z_1 z_2 = \arg z_1 + \arg z_2$$

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$$

$$\cos\varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2},\ \sin\varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$$

5. Perkalian silang dan titik vektor adalah distributif: $a(b + c) = ab + ac$.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = a_x b_x + a_y b_y + \ldots = ab\cos\varphi$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\sin\varphi;\quad \vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a} \perp \vec{a},\vec{b}$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = (a_y b_z - b_y a_z)\vec{e}_x + (a_z b_x - b_z a_x)\vec{e}_y + \ldots$$

$$\vec{a}\times[\vec{b}\times\vec{c}] = \vec{b}(\vec{a}\cdot\vec{c}) - \vec{c}(\vec{a}\cdot\vec{b}).$$

Perkalian campuran (volume paralelogram didefinisikan oleh 3 vektor):

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) \equiv (\vec{a} \cdot [\vec{b} \times \vec{c}]) = ([\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}) = (\vec{b}, \vec{c}, \vec{a}).$$

6. Hukum kosinus dan sinus:
   $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi$
   $$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = 2R$$
7. Sebuah sudut tertulis dalam sebuah lingkaran adalah setengah sudut pusat yaitu bagian busur yang sama dalam lingkaran. Kesimpulan: hipotenusa segitiga siku-siku adalah diameter *circumcircle*-nya; jika sudut segiempat adalah tambahan, ia adalah segiempat siklik.
8. Derivatif:
   $$(fg)' = fg' + f'g,\ f[g(x)]' = f'[g(x)]g'$$
   $$(\sin x)' = \cos x,\ (\cos x)' = -\sin x$$
   $$(e^x)' = e^x,\ (\ln x)' = 1/x,\ (x^n)' = nx^{n-1}$$
   $$(\arctan x)' = 1/(1+x^2)$$
   $$(\arcsin x)' = -(\arccos x)' = 1/\sqrt{1-x^2}$$
9. Integrasi: rumus-rumusnya sama seperti untuk derivatif, tetapi bertukar ruas kanan-ruas kiri (operasi invers!), misalnya:
   $$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$
   Kasus khusus metode substitusi:
   $$\int f(ax+b)dx = F(ax+b)/a.$$
10. Metode numerik. Metode iteratif untuk menentukan akar f(x) = 0:
    $$x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n).$$
    Aturan trapezoidal untuk pendekatan integrasi:
    $$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{2n}[f(x_0) + 2f(x_1) + \ldots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$
11. Derivatif dan integral vektor: diferensiasi/integrasi masing-masing komponen; diferensiasi alternatif dengan menggunakan aturan segitiga untuk selisih dua vektor yang paling dekat.

II. Rekomendasi Umum

1. Cek seluruh rumus untuk kebenaran: a) memeriksa dimensi; b) menguji kasus-kasus khusus sederhana (dua parameter sama, satu parameter cenderung mendekati 0 atau ∞); c) memverifikasi masuk akalnya solusi secara kualitatif.
2. Jika secara kebetulan ada yang di luar kebiasaan dalam teks soal (misalnya: ada dua hal yang sama) maka kunci solusi mungkin ada di sana.
3. Bacalah dengan cermat rekomendasi dalam teks soal. Perhatikan pada perumusan soal, — kadang-kadang rincian yang tidak penting dapat membawa informasi penting. Jika dalam beberapa waktu anda memecahkan soal belum berhasil, maka bacalah teks soal lagi – mungkin anda salah dalam memahami soal.

4. Menunda perhitungan matematis yang panjang dan memakan waktu sampai akhir (ketika segala sesuatu dilakukan) sambil menuliskan semua persamaan awal yang perlu disederhanakan.
5. Jika soal tampaknya sulit dan membuat putus asa, itu biasanya solusi yang sangat sederhana (dan jawaban sederhana), ini hanya berlaku untuk soal olimpiade, yang pasti dapat dipecahkan.
6. Dalam percobaan a) sketsa skema eksperimental bahkan jika anda tidak punya waktu untuk pengukuran, b) berpikir, bagaimana meningkatkan ketepatan hasil; c) menulis (seperti tabel) semua pengukuran langsung anda.

III. Kinematika

1. Untuk gerak translasi benda titik atau benda tegar (integral→ luas di bawah grafik):

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt},\ \vec{x} = \int \vec{v}dt \quad (x = \int v_x dt \text{ etc.})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2},\ \vec{v} = \int \vec{a}dt$$

$$t = \int v_x^{-1}dx = \int a_x^{-1}dv_x,\ x = \int \frac{v_x}{a_x}dv_x$$

Jika a = tetapan maka integrasi didapatkan dengan mudah, misalnya:
$x = v_0t + at^2/2 = (v^2 - v_0^2)/2a$.

2. Gerak rotasi — analog pada gerak translasi:

$$\omega = d\varphi/dt, \varepsilon = d\omega/dt;$$
$$\vec{a} = \vec{\tau}dv/dt + \vec{n}v^2/R$$

3. Gerak Melengkung — sama seperti butir 1, tetapi vektor ditempati oleh kecepatan linear, percepatan dan panjang lintasan.
4. Gerak Benda Tegar

a) $v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta$; $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$—kecepatan titik A dan B; α, β — sudut yang dibentuk oleh $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$ dengan garis AB.

b)Pusat rotasi sesaat (≠ pusat kelengkungan lintasan titik materi!) dapat ditemukan sebagai titik singgung AB garis tegak ke $\vec{v}_A$ dan $\vec{v}_B$, atau (jika $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B \perp$ AB) sebagai titik singng AB dengan garis yang menghubungkan titik akhir $\vec{v}_A$ dan $\vec{v}_B$.

5. Kerangka acuan non-inertial:

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_0 + \vec{v}_1,\ \vec{a}_2 = \vec{a}_0 + \vec{a}_1 + \omega^2\vec{R} + \vec{a}_{Cor}$$

Note: $\vec{a}_{Cor} \perp \vec{v}_1, \vec{\omega}$; $\vec{a}_{Cor} = 0$ if $\vec{v}_1 = 0$.

6*. Masalah Balistik: daerah keterjangkauan

$$y \le v_0^2/(2g) - gx^2/2v_0^2.$$

7. Untuk mendapatkan lintasan tercepat, princip Fermat dan Huygens dapat digunakan.
8. Untuk mendapatkan vektor (kecepatan, percepatan), itu sudah cukup untuk menemukan arah dan proyeksi ke (mungkin cenderung) sumbu tunggal.

IV. Dinamika

1. Untuk keseimbangan benda tegar 2D: 2 persamaan untuk gaya, 1 persamaan untuk momen gaya. Persamaan 1 (2) untuk gaya dapat disubsitusikan ke 1 (2) untuk momen gaya. Momen gaya sering lebih baik— gaya-gaya "membosankan" dapat dihilangkan dengan pilihan titik asal yang tepat. Jika gaya-gaya digunakan hanya 2 titik, aplikasi garis gaya-gaya (bersih)yang bertepatan; untuk 3 titik, 3 garis bertemu di satu titik.
2. Hukum kedua Newton untuk gerak translasi dan rotasi:
$$\vec{F} = m\vec{a},\ \vec{M} = I\vec{\varepsilon} \quad (\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}).$$
Untuk geometri 2D $\vec{M}$ dan $\vec{\varepsilon}$ adalah skalar yang penting dan $M = Fl = F_t r$, dimana l adalah lengan gaya.
3. Koordinat umum. Anggaplah kondisi sistem didefinisikan oleh parameter ξ dan turunan waktunya $\dot{\xi}$ jadi energi potensial $\Pi = \Pi\ (\xi)$ dan energi kinetik $K = \mu\dot{\xi}^2/2$; sehingga $\mu\ddot{\xi} = -d\Pi\ (\xi)/d\xi$. (Jadi untuk gerak translasi: gaya adalah turunan energi potensial)
4. Jika sistem terdiri dari massa titik m_i:
$$\vec{r}_c = \sum m_i\vec{r}_i / \sum m_j,\ \vec{P} = \sum m_i\vec{v}_i$$
$$\vec{L} = \sum m_i\vec{r}_i \times \vec{v}_i,\ K = \sum m_i v_i^2/2$$
$$I_z = \sum m_i(x_i^2 + y_i^2) = \int (x^2 + y^2)dm.$$
5. Dalam sebuah kerangka acuan dimana kecepatan pusat massa adalah $\vec{v}_c$ (indeks c menunjukkan besaran relatif terhadap pusat massa):
$$\vec{L} = \vec{L}_c + M_\Sigma \vec{R}_c \times \vec{v}_c,\ K = K_c + M_\Sigma v_c^2/2$$
$$\vec{P} = \vec{P}_c + M_\Sigma \vec{v}_c$$
6. Teorema Steiner merupakan analogi (b—jarak pusat massa dari sumbu rotasi): $I = I_c + mb^2$.
7. Dengan $\vec{P}$ dan $\vec{L}$ dari butir 5, hukum kedua Newton:
$$\vec{F}_\Sigma = d\vec{P}/dt,\ \vec{M}_\Sigma = d\vec{L}/dt$$

8*. Tambahan untuk butir 5, momen inersia relatif terhadap sumbu-z melalui pusat massa dapat ditentukan sebagai:
$$I_{z0} = \textstyle\sum_{i,j} m_i m_j \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2\right]/2M_\Sigma.$$

9. Momen inersia relatif terhadap titik asal $\theta = \sum m_i \vec{r}^{\,2}$ digunakan untuk menghitung I_z benda 2D atau benda dengan simetri tengah menggunakan $2\theta = I_x + I_y + I_z$.
10. Pendulum fisis dengan dengan panjang tereduksi $\tilde{l}$:
$$\omega^2(l) = g/(l + I/ml),$$
$$\omega(l) = \omega(\tilde{l} - l) = \sqrt{g/\tilde{l}}, \quad \tilde{l} = l + I/ml$$
11. Koefisien untuk momen inersia: silinder 1/2 , bola pejal 2/ 5 , cincin tipis 2/ 3 , batang 1/12 (relatif terhadap ujung batang 1/3), persegi 1/6 .

12.. Hukum Kekekalan yang sering digunakan:
energi (benda elastik, tanpa gesekan),
momentum (tidak ada gaya bersih eksternal; dapat bergantung hanya sepanjang satu sumbu),
momentum angular (tidak ada momen gaya bersih eksternal, misalnya lengan gaya eksternal 0 (dapat ditulis relatif 2 atau 3 titik, selanjutnya disubstitusikan ke kekekalan momentum linear).

13. Tambahan gaya-gaya dalam kerangka acuan inersia: gaya inersial $-m\vec{a}$, gaya sentrifugal $m\omega^2\vec{R}$ dan gaya Coriolis* $2m\vec{v}\times\vec{\Omega}$ (lebih baik menghindarinya; menjadi $\perp$ pada kecepatan, tidak menciptakan kerja apapun).
14. Koordinat miring: untuk gerak pada bidang miring, seringkali praktis untuk menyelaraskan sumbu bidang dan $\perp$ pada bidang; sehingga percepatan gravitasi memiliki kedua komponen sumbu-x dan sumbu-y. Sumbu-sumbu mungkin juga miring (tidak $\perp$ pada satu sama lain), tetapi kemudian dengan $\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y$, $v_x \neq$ projeksi-x dari $\vec{v}$.
15. Tabrakan 2 benda: yang kekal adalah a) momentum bersih, b) momentum sudut bersih, c) momentum sudut. Dari salah satu benda dihubungkan dengan titik dampak, d) energi total(untuk tabrakan elastis), dalam kasus gesekan, energi kinetik adalah kekal hanya sepanjang sumbu $\perp$ pada gaya gesekan. Juga: e) jika berhenti geser selama dampak, kecepatan akhir dari titik kontak akan memiliki proyeksi yang sama dengan bidang kontak; d) jika bergeser tidak berhenti, momentum dikirim dari satu benda ke sudut arctan μ membentuk dengan bidang normal kontak.
16. Setiap gerak sebuah benda tegar dapat direpresentasikan sebagai rotasi di sekitar pusat rotasi sesaat C (dalam istilah kecepatan titik-titik benda). NB! Jarak titik benda P dari C $\neq$ jari-jari kelengkungan pada lintasan P.
17. Tegangan dalam tali: untuk tali besar menggantung, komponen tegangan horizontal adalah perubahan tetap dan vertikal sesuai dengan massa tali yang di bawahnya. Tekanan gaya (per satuan panjang) tali di permukaan halus ditentukan oleh jari-jari kelengkungan dan tegangan: $N = T / R$. Analogi: tekanan tegangan permukaan $\rho = 2\sigma / R$, untuk memperolehnya, pelajari tekanan gaya sepanjang diameter.

18*. Adiabatik invarian: jika perubahan relatif dari parameter sistem berosilasi kecil selama satu periode, luas lingkaran yang digambar di atas fase bidang (misalnya pada koordinat p-x) adalah kekal dengan akurasi sangat tinggi.

19. Untuk mempelajari kestabilan gunakan: a) prinsip energi potensial minimum atau b) prinsip perpindahan virtual kecil.

20*. Teorema Virial untuk gerakan tertentu:

a) Jika $F \alpha \mid \vec{r} \mid$, maka <$K$> = <$\Pi$> (waktu rerata);

b) Jika $F \alpha \mid \vec{r} \mid^{-2}$, then 2<$K$> = - <$\Pi$>.

21. Persamaan roket Tsiolkovsky: $\Delta v = u \ln \frac{M}{m}$.

V. Getaran dan Gelombang

1. Osilator teredam:

$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$ ($\gamma < \omega_0$).

Solusi persamaan ini adalah (lihat I.2.):

$x = x_0 e^{-\gamma t}\sin(t\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2} - \varphi_O)$.

2. Persamaan gerak untuk sistem osilator digandeng: $\ddot{x}_i = \sum_j a_{ij}x_j$.
3. Sebuah sistem N osilator digandeng mempunyai N simpul eigen yang berbeda ketika semua osilator berosilasi dengan N frekuensi yang sama ω_i, $x_j = x_{j0}\sin(\omega_i t + \phi_{ij})$, dan N frekuensi eigen ω_i (yang dapat ganda, $\omega_i = \omega_j$). Solusi umum (dengan 2N konstanta integrasi X_i dan ϕ_i) adalah superposisi dari semua gerak

eigen: $x_j = \sum_i X_i x_{j0} \sin(\omega_i t + \varphi_{ij} + \phi_i)$

4. Jika sistem dideskripsikan koordinat umum ξ (lihat IV-3) and $K = \mu \dot{\xi}^2/2$ mempunyai keadaan setimbang pada $\xi = 0$, untuk osilasi kecil $\Pi(\xi) \approx \kappa\xi^2/2$ [dimana $\kappa = \Pi''(0)$] sehingga $\omega^2 = \kappa/\mu$.
5. Fase gelombang pada titik x, t adalah $\varphi = kx-\omega t+ \varphi 0$, dimana $k = 2\pi/\lambda$ adalah gelombang vektor. Nilai pada x, t adalah $a_0 \cos \varphi = \Re a_0 e^{i\gamma}$. Fase kecepatan adalah $v_f = \nu\lambda = \omega/k$ dan kecepatan grup $v_g = d\omega/dk$.
6. Untuk gelombang linear (gelombag elektromagnetik, bunyi amplitude kecil dan gelombang air) setiap getaran dapat dianggap sebagai superposisi gelombang sinusoidal; gelombang berdiri adalah jumlah dua gelombang perambatan-pantulan yang sama

   $$e^{i(kx-\omega t)} + e^{-i(kx-\omega t)} = 2e^{-\omega t} \cos kx.$$

7. Laju suara dalam gas $c_s = \sqrt{(\partial p/\partial\rho)_{adiab}} = \sqrt{\gamma p/\rho} = \bar{v}\sqrt{\gamma/3}$.
8. Laju suara dalam material elastik $c_s = \sqrt{E/\rho}$.
9. Laju gelombang air dangkal ($h \leq \lambda$): $v = \sqrt{gh}$.
10. Efek Doppler:

    $$\nu = \nu_0 \frac{1+v_{\|}/c_s}{1-u_{\|}/c_s}.$$

11. Prinsip Huygens: muka gelomabang dapat dibangun langkah demi langkah, tempatkan sumber gelombang khayal setiap titik muka gelombang sebelumnya. Hasilnya adalah kurva yang dipisahkan oleh jarak $\Delta x = c_s\Delta t$, dimana Δt adalah waktu setahap dan c_s adalah kecepatan pada titik yang diberikan. Perjalanan gelombang tegak lurus muka gelombang.

VI. Optika Geometri. Fotometri

1. Prinsip Fermat: lintasan gelombang dari titik A ke titik B merupakan waktu paling singkat perjalanan gelombang.
2. Hukum Snellius:
   $\sin \alpha_1/ \sin \alpha_2 = n_2/n_1 = v_1/v_2$.
3. Jika indeks bias berubah terus menerus, maka kita bayangkan membagi media ke lapisan tetap n dan menerapkan hukum Snellius. Sinar cahaya dapat berjalan sepanjang lapisan tetap n, jika pemantulan total terjadi, $n' = n / r$ (dimana r adalah jari-jari kelengkungan)
4. Jika indeks bias hanya tergantung pada z, momentum foton p_x , p_y, dan energi adalah kekal: k_x, k_y = tetap, $|\vec{k}|/n$ = tetap.
5. Persamaan lensa tipis (perlu perhatian pada tanda-tanda):
   $1/a + 1/b = 1/f \equiv D$.
6. Persamaan Newton (x_1, x_2 —jarak bayangan an benda dari bidang fokus): $x_1 . x_2 = f^2$.
7. Metode paralaks untuk menentukan posisi sebuah bayangan: tentukan seperti posisi ujung pensil yang tidak akan bergeser dengan tanggapan terhadap gambar ketika bergerak tegak lurus posisi mata anda.
8. Optika geometrik untuk menentukan lintasan sinar cahaya melalui lensa:
   a) sinar melewati pusat lensa tidak dibiaskan;
   b) sinar sejajar sumbu optik menuju titik fokus;

c) sinar menuju fokus dibiaskan sejajar sumbu optik;

d) bayangan sebuah bidang adalah sebuah bidang; kedua bidang ini bertemu pada bidang lensa.

9. Fluks luminositas Φ [satuan: lumen (lm)] mengukur energi cahaya (dipancarkan, melewati garis, dll), diukur berdasarkan sensitivitas mata. Intensitas cahaya [candela (cd)] adalah fluks cahaya (yang dipancarkan oleh sebuah sumber) per sudut ruang: $I = \Phi/\Omega$. Iluminansi [lux (lx)] adalah fluks luminositas (yang jatuh ke permukaan) per satuan luas: $E = \Phi/S$.
10. Teorema Gauss untuk fluks luminositas: fluks melalui sebuah permukaan tertutup seputar titik sumber intensitas Ii adalah $\Phi = 4\pi\sum I_i$; kasus – sumber tunggal: pada jarak r, $E = I/r^2$.
11. Sebuah petunjuk eksperimental: jika diolesi noda di atas kertas adalah seterang kertas sekitarnya, maka kertas yang sama diterangi dari kedua belah sisi.

VII. Optika Gelombang

1. Difraksi—metode didasarkan pada prinsip Huygens: jika gelombang datang memotong muka menjadi bagian-bagian, muka gelombang dapat dibagi menjadi potongan-potongan kecil yang berfungsi sebagai titik khayal – seperti sumber cahaya; amplitudo gelombang pada tempat pengamatan akan menjadi jumlah atas kontribusi dari sumber-sumber ini.
2. Dua celah interferensi (lebar celah $d \le a, \lambda$): sudut maksimum $\varphi_{max} = \arcsin(n\lambda/a)$, $n \in Z$; $I \propto \cos^2(k\frac{a}{2}\sin\varphi)$, dimana $k = 2\pi/\lambda$.
3. Celah tunggal: sudut minimum $\varphi_{min} = \arcsin(n\lambda/d)$, $n \in Z$, $n \neq = 0$. NB! Maksimum pusat adalah celah ganda, $I \propto \sin^2(k\frac{a}{2}\sin\varphi)/\varphi$.
4. Kisi difraksi: maksimum utama seperti pada butir 2, lebar maksimum utama sama seperti untuk butir 3 dengan panjang kisi d. Daya urai spektrum $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$, dimana n adalah bilangan orde maksimum utama dan N — jumlah celah.
5. Daya urai perangkat spektrum: $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\lambda}$, dimana L adalah selisih lintasan optik antara sinar terpendek dan terpanjang.
6. Daya urai prisma: $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = a\frac{dn}{d\lambda}$.
7. Jarak anguler ketika dua titik urai pada teleskop ideal (lensa): $\varphi = 1.22\lambda/d$. Untuk sudut pusat satu yang titiknya jatuh ke difraksi pertama titik yang lain.
8. Teori Bragg: sekumpulan ion $\parallel$ bidang kristal memantulkan sinar-X jika $2a\sin\alpha = k\lambda$; a—Jarak antara bidang terdekat, α—sudut terkecil.
9. Pemantulan dari media dielektrik dengan optik yang lebih padat: fase pergeseran π. Film semi transparan juga mengenal fase pergeseran.
10. Interferometer Fabry-Pérot: dua cermn semi transparan $\parallel$ dengan reflektivitas besar r $(1 - r \le 1)$. Daya urai $\frac{\nu}{\Delta\nu} \approx \frac{2a}{\lambda(1-r)}$. Transmisi spektrum dapat ditemukan dengan mengenal 5 bidang gelombang (untuk perambatan gelombang arah kiri dan kanan

sebelum peralaan, dalam peralatan dan setelah peralatan) dan menghubungkan pada daerah sekitarnya.

11. Gelombang elektromagnetik koheren: medan listrik ditambahkan; diagram vektor dapat digunakan, sudut antara vektor adalah fase pergeseran; NB! dispersi: $n = n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)}$. Kerapatan fluks energi (energi per satuan luas dan waktu): $I = c\varepsilon_0 nE^2$.
12. Hukum Malus: untuk cahaya terpolarisasi linear $I = I_0 \cos^2 \varphi$, dimana φ adalah sudut antara bidang polarisasi.
13. Sudut Brewster: sinar dipantulkan dan dibiaskan $\perp$; sinar dipantulkan adalah polariasi total; sudut datang $\tan \varphi_B = n$.
14. Difraksi dengan bahan optik: tak diperlukan untuk menghitung panjang lintasan optik melalui lensa, prisma dll: bekerja sederhana dengan bayangan. Kesimpulan khusus: biprisma memberi difraksi yang sama seperti celah ganda.

15*. Fiber optik: interferometer Mach-Zehnder merupakan analogi pada difraksi celah ganda; resonator bundar—pada interferometer Fabry-Pérot; filter Bragg bekerja mirip pada kasus sinar-X. Simpul tunggal fiber: $\Delta n/n \approx \lambda/d$.

VIII. Rangkaian Listrik

1. $U = IR$, $P = UI$ $\quad R_{\text{series}} = \sum R_i$, $R_{\parallel}^{-1} = \sum R_i^{-1}$
2. Hukum Kirchoff: $\sum_{simpul} I = 0$, $\sum_{tertutup} U = 0$
3. Untuk mengurangi jumlah persamaan pada butir 2: metode potensial simpul; metode rangkaian tertutup arus listrik; kesetaraan rangkaian (setiap 3 terminals $\Rightarrow$ segitiga atau bintang; setiap 2 terminal dengan *emf* $\Rightarrow r$ dan E seri).
4. Resistivitas rantai tak terbatas: gunakan kesamaan diri; resistansi antara simpul terdekat dari jaringan listrik tak terbatas: generalisasi metode gambar listrik.
5. AC: gunakan butir 1–4 substitusikan R dengan Z:

$$Z_R = R,\ Z_C = 1/i\omega C,\ Z_L = i\omega L;$$
$$\varphi = \arg Z,\ U_{\text{eff}} = |Z| I_{\text{eff}}$$
$$P = |U||I|\cos(\arg Z) = \sum I_i^2 R_i.$$

6. Waktu karateristik: $\tau_{RC} = RC$, $\tau_{LR} = L/R$, $\omega_{LC} = 1/\sqrt{LC}$. Pemulihan distribusi tetap arus eksponensial, $\propto e^{-t/\tau}$.
7. Kekekalam energi untuk rangkaian listrik: $\Delta W + Q = Uq$, dimana q adalah muatan yang bergerak karena penurunan potensial U; kerja emf adalah $A = \varepsilon q$.
8. $W_C = CU^2/2, W_L = LI^2/2$.
9. $\varepsilon = -d\Phi/dt = -d(LI)/dt$, $\Phi = BS$.
10. Bahan nonlinear: metode grafis—mendapatkan solusi dalam koordinat U-I seperti sebuah titik perpotongan kurva nonlinear dan garis yang merepresentasikan hukum Ohm/Kirchoff. Dalam banyak kasus perpotongan titik menunjukkan kesetabilan—beberapa solusi biasanya tak stabil.
11. Gunakan batas waktu pendek dan panjang. Untuk $t_{\text{observation}} \geq \tau_{RC}$ or τ_{LR}, kesetimbangan sementara dicapai: $I_C \approx 0$ (kawat “rusak” dekat C) dan $\varepsilon_L \approx 0$ (L adalah rangkaian pendek efektif). Untuk $t_{\text{observation}} \leq \tau_{RC}$ or τ_{LR}, kebocoran muatan dan arus menurun dalam L kecil, $\Delta Q \leq Q$ and $\Delta I \leq I$: C adalah “rangkaian-pendek” dan L “rusak”.

12. Jika $L \neq 0$, maka $I(t)$ merupakan fungsi kontinyu.
13. Melaui superkonduksi garis, fluks magnetik Φ = tetap. Secara khusus, dengan tanpa B eksternal, LI = tetap.
14. Induktansi timbal-balik: fluks magnetik melalui sebuah garis $\Phi_1 = L_1I_1 + L_{12}I_2$ (I_2 — arus dalam detik garis). teorema: $L_{12} = L_{21} \equiv M$; $M \leq \sqrt{L_1L_2}$.

IX. Elekromagnetika

1. $F = kq_1q_2/r^2$, $\Pi = kq_1q_2/r$ —hukum Kepler bersesuaian (Bab XII).
2. Hukum Gauss: $\oint \vec{B}d\vec{S} = 0$, $\oint \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}d\vec{S} = Q$, $\oint \vec{g}d\vec{S} = -4\pi GM$.
3. Teorema sirkulasi $\oint \vec{E}d\vec{l} = 0$ (= $\dot{\Phi}$), $\oint \frac{\vec{B}dl}{\mu\mu_0} = I$, I $\oint \vec{g}d\vec{l} = 0$.
4. Medan magnetik disebabkan oleh arus elemen: $d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\mu}\frac{d\vec{l}x\vec{e}_r}{r^2}$; sehingga pada titik

   pusat lingkaran I: $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$
5. $\vec{F} = e(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E})$, $\vec{F} = \vec{I} \times \vec{B}l$.
6. Dari hukum Gauss dan sirkular:

   muatan kawat: $E = \frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0 r}$, DC: $B = \frac{I\mu_0}{2\pi r}$;

   muatan permukaan $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$, arus lembaran $B = \frac{\mu_0 j}{2}$;

   dalam bola (atau permukaan silinder tertentu) muatan permukaan homogen $E = 0$, dalam permukaan silinder arus $\parallel$ pada sumbu $B = 0$, dalam sebuah bola ($d = 3$), silinder ($d = 2$) atau lapisan homogen ($d = 1$) ρ atau $\vec{j}$:

   $\vec{E} = \frac{\rho}{d\varepsilon_0}\vec{r}$; $\vec{B} = \frac{1}{d\varepsilon_0}\vec{j} \times \vec{r}$.
7. Selonoida panjang: di dalam $B = In\mu\mu_0$, di luar 0, di tempat lainnya $B_\parallel = \frac{n\mu\mu_0}{4\pi}$;

   fluks $\Phi = NBS$ dan induktansi $L = \Phi/I = Vn^2\mu\mu_0$ (dimana $n = \frac{N}{l}$).
8. Pengukuran medan magnetik dengan kawat kecil dan galvanometer balistik:

   $q = \int \frac{\varepsilon}{R}dt = NS\Delta B/R$.
9. Energi potential sistem muatan:

   $\Pi = k\sum_{i>j}\frac{q_iq_j}{r_{ij}} = \frac{1}{2}\int \varphi(\vec{r})dq$, $dq = \rho(\vec{r})dV$.
10. Gaya antara bagian permukaan silinder atau bola bermuatan homogen: substitusikan gaya terhadap muatan dengan gaya terhadap tekanan hidrostatik.
11. Jika seluruh muatan pada jarak R (misalnya pada pusat cincin atau bola bermuatan homogen), $\varphi = kQ/r$.
12. Unuk menentukan muatan (atau potensial) yang diinduksi oleh muatan luar, gunakan

superposisi primer: muatan “kotor” untuk membuat masalah simetri.

13. Medan listrik dan muatan dinding konduktor, misalnya distribusi muatan di dalam bola berongga tidak dapat dilihat dari sisi luar (akan tampak sebagaimana jika ada bola terkonduksi membawa muatan total Q).
14. Kapasitansi: $C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d$ (bidang), $4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r$(bola), $2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l(\ln R/r)^{-1}$ (koaksial).
15. Momen dipol: $\vec{d}_e = \Sigma q_i \vec{r}_i = \vec{l}q$, $\vec{d}_\mu = I\vec{S}$.
16. Energi dan momen gaya dipol: $W = \vec{d}.\vec{E}(\vec{B})$, $\vec{M} = \vec{d}x\vec{E}(\vec{B})$
17. Dipol medan: $\varphi = k\vec{d}\cdot\vec{e}_r/r^2$; $E,B \propto r^{-3}$.
18. Gaya yang bekerja pada dipol: $F = (\vec{E}\vec{d}_e)'$, $F = (\vec{B}\vec{d}_\mu)'$; interaksi antara 2 dipol: $F \propto r^{-4}$.
19. Gambar magnetik dan lisrik: bidang yang dibumikan (superkondusi untuk magnet) bekerja sebagai cermin. Medan yang dibumikan (atau diisolasi) bola dapat ditentukan sebagai medan satu (atau dua) medan fiktif di dalam bola. Medan dalam bidang gelombang datar (celah plat antar logam) dapat dipilih sebagai superposisi gelombang bidang elektromagnetik.
20. Polarisasi bola (silinder) dalam medan (listrik) homogen: superposisi kerapatan muatan homogen ($+\rho$ dan $-\rho$) bola (silinde), $d \propto E$.
21. Arus Eddy: daya disipasi kerapatan $\propto B^2v^2/\rho$; momentum diberikan selama lintasan tunggal: $F_\tau \propto B^2a^3d/\rho$ (dimana d—ketebalan; a—ukuran).
22. Di dalam superkonduktor dan untuk proses yang cepat di dalam konduktor $B = 0$ dan dengan demikian maka $I = 0$ (arus mengalir dalam lapisan permukaan—efek kulit).
23. Muatan dalam medan magnetik homogen $\vec{B} = B\vec{e}_z$ bergerak sepanjang sikloid dengan kelajuan $v = E/B = F/eB$; secara umum momentum adalah kekal

    $p'_x = mv_x - B_y q$,

    $p'_y = mv_y + B_x q$,

    sebagai momentum anguler umum $L' = L + \dfrac{1}{2}Bqr^2$.
24. Generator MHD (a—panjang sepanjang arah $\vec{E}$): $\varepsilon = vBa$, $r = \rho a/bc$.
25. Histeresis: kurva S (tertutup) yang dibentuk dalam koordinat B-H (untuk kawat dengan teras koordinat B-I juga): luas kurva tertutup menyatakan kerapatan energi disipasi panas per satu siklus).
26. Medan dalam materi: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$, dimana $\vec{P}$ adalah vektor polarisasi dielektrik (kerapatan volume momen dipol); $\vec{H} = \vec{B}/\mu\mu_0 = \vec{B}/\mu_0 - \vec{J}$, dimana $\vec{J}$ adalah vektor magnetisasi (kerapatan volume momen magnetik).
27. Dalam suatu antarmuka antara dua materi E_t, D_n ($= \varepsilon E_t$), H_t ($= B_t/\mu$) dan Bn kontinyu.
28. Kerapatan energi: $W = \dfrac{1}{2}(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + B^2/\mu\mu_0)$.
29. Untuk $\mu \geq 1$, garis medan B ditarik pada feromagnetik (bertindak sebagai lubang potensial, lihat butir 28).
30. Kerapatan arus $\vec{j} = ne\vec{v} = \sigma\vec{E} = \vec{E}/\rho$.

X. Termodinamika

1. $pV = \dfrac{m}{\mu}RT$

2. Energi internal satu mol $U = \frac{i}{2} RT$.
3. Volume satu mol kondisi standar adalah 22,4 l.
4. Proses adiabatik: pelan seperti jika dibandingkan dengan laju suara, tidak ada panas yang ditukar: pV = tetap (dan $T\,V^{-1}$ = tetap).
5. $\gamma = c_p/c_v = (i + 2)/i$.
6. Distribusi Boltzmann: $\rho = \rho_0 e^{-\mu gh/RT} = \rho_0 e^{-U/kT}$.
7. Distribusi Maxwell (berapa banyak molekul yang mempunyai kelajuan v) $\propto e^{-mv^2/2kT}$.
8. Tekanan atmosfer: jika $\Delta p \leq p$, maka $p = \rho g \Delta h$.
9. $p = \frac{1}{3} mn\vec{v}^{\,2}$, $\vec{v} = \sqrt{3kT/m}$, $v = vnS$.
10. Siklus Carnot: 2 adiabatik, 2 isotermik. $\eta = (T_1 - T_2)/T_1$; turunkan menggunakan koordinat S-T.
11. Pompa panas, inversi Carnot: $\eta = \frac{T_1}{T_1 - T_2}$.
12. Entropi: $dS = dQ/T$.
13. Hukum I Termodinamika: $\delta U = \delta Q + \delta A$
14. Hukum II Termodinamika: $\Delta S \geq 0$ (dan $\eta_{\text{real}} \leq \eta_{\text{Carnot}}$).
15. Kerja gas (perhatikan juga butir 10) $A = \int pdV$, adiabatik: $A = \frac{i}{2}\Delta(pV)$
16. Hukum Dalton: $p = \sum p_i$.
17. Mendidih: tekanan uap jenuh $p_v = p_0$; pada antarmuka antara 2 cairan: $p_{v1} + p_{v2} = p_0$.
18. Fluks panas $P = kS\,\Delta T/l$ (k — konduktivitas panas); analogi rangkaian DC (P terhubung pada I, ΔT pada U, k pada $1/R$).
19. Kapasitas panas: $Q = \int c(T)dT$. Zadat untuk temperatur rendah, $c \propto T^3$; untuk T tinggi, $c = 3NkT$, dimana N — jumlah ion dalam kisi kristal.
20. Tegangan permukaan: $U = S\sigma$, $F = l\sigma$, $p = 2\sigma/R$.

XI. Mekanika Kuantum

1. $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ($|\,\overline{p}\,| = h/\lambda$), $E = \hbar\,\omega = h\nu$.
2. Interferensi: seperti dalam optika gelombang.
3. Ketakpastian (sebagai teorema matematika): $\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$, $\Delta Ep\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$, $\Delta\omega\Delta t \geq \frac{1}{2}$. Untuk pendekatan kualitatif oleh yang lebih hahus, h memberi hasil lebih baik ($\Delta p\Delta x \approx h$ dll).
4. Spektra: $h\nu = E_n - E_m$; lebar garis-garis spektrum berhubungan dengan waktu hidup: $\Gamma_\tau \approx \hbar$.
5. Tingkat energi (dengan frekuensi eigen v_0) osilator (misalnya molekul): $E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu_0$. Bentuk setiap frekuensi eigen: $E = \Sigma_i h n_i v_i$.
6. Efek terowongan: pembawa Γ_τ dengan lebar l mudah dinetralkan, jika $\Gamma_\tau \approx \hbar$, dimana $\tau = l/\sqrt{\Gamma/m}$.
7. Model Bohr: $E_n \propto -1/n^2$. Dalam orbit melingkar(perhitungan klasik), terdapat bilangan jumlah panjang gelombang $\lambda = h/mv$.
8. Efek Compton— jika foton dipancarkan dari elektron, $\Delta\lambda_{foton} = \lambda_C(1 - \cos\theta)$.
9. Efek foto: $A + mv^2/2 = h\nu$ (A – kerja luar untuk elektron). Grafik I-U: arus foto mulai pada

tegangan-balik $U = -(h\nu - A)/e$, jenuh untuk tegangan maju yang lebih besar.
10. Stefan-Boltzmann: $P = \sigma T^4$.

XII. Hukum Kepler

1. $F = GMm/r^2$, $\Pi = -GMm/r$.
2. Interaksi gravitasi 2 titik massa (hukum I Kepler): lintasan masing-masing adalah sebuah elips, parabola atau hiperbola, dengan fokus pada pusat sistem massa. Turunkan dari R.-L. v. (butir 9).
3. Hukum II Kepler (kekekalan momentum anguler): untuk titik massa dalam pusat medan gaya, jejari vektor menyapu luas yang sama dalam waktu yang sama.
4. Hukum III Kepler: untuk dua titik massa pada orbit elips r^{-2} – medan gaya, periode revolusi berhubungan sebagai panjang sumbu semi dengan pangkat $\frac{3}{2}$: $T_1^{\,2}/T_2^2 = a_1^3/a_2^3$.
5. Energi total ($K + \Pi$) benda dalam medan gravitasi: $E = -GMm/2a$.
6. Untuk eliptisitas kecil $\varepsilon = d/a \leq 1$, lintasan dapat dianggap sebagai lingkaran, dengan pergeseran fokus.
7. Sifat-sifat elips: $l_1 + l_2 = 2a$ (l_1, l_2 —jarak ke fokus), $\alpha_1 = \alpha_2$ (cahaya dari satu fokus dipantulkan ke fokus lain), $S = \pi ab$.
8. Sebuah lingkaran dan elips dengan fokus pada pusat lingkaran dapat menyentuh satu sama lainnya hanya pada sepanjang sumbu.

9*. Vektor Runge-Lenz (vektor eliptisitas): $\vec{\varepsilon} = \dfrac{\vec{\varepsilon} x \vec{v}}{GMm} + \vec{e}_r$ = tetap.

XIII. Teori Relativitas

1. Transformasi Lorentz (rotasi geometri ruang-waktu Minkowski 4D),
   $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$:
   $x' = \gamma(x - vt)$, $y' = y$, $t' = \gamma(t - vx/c^2)$
   $p'_x = \gamma(p_x - mv)$, $m' = \gamma(m - p_x v/c^2)$
2. Panjang vektor-4:
   $s^2 = c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$
   $m_0^2c^2 = m^2c^2 - p_x^2 - p_y^2 - p_z^2$
3. Penjumlahan kecepatan:
   $w = (u + v)/(1 + uv/c^2)$.
4. Efek Doppler:
   $\nu' = \nu_0\sqrt{(1 - v/c)/(1 + v/c)}$.
5. Ruang Minkowski dapat dibuat Euclid jika waktu imaginer ($t \rightarrow ict$). Sehingga untuk sudut rotasi φ, $\tan\varphi = v/ic$. Nyatakan sin φ, dan cos φ *via* tan φ, dan gunakan rumus geometri Euclid.
6. Pemendekan panjang: $l' = l_0/\gamma$.
7. Pemuluran waktu: $t' = t_0\gamma$.
8. Keserempakan adalah relatif, $\Delta t = -\gamma v\Delta x/c^2$.
9. $\vec{F} = d\vec{p}/dt$ [$= \dfrac{d}{dt}(m\vec{v})$, dimana $m = m_0\gamma$].

10. Pendekatan ultrarelativistik:

$$v \approx c,\ p \approx mc,\ \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \approx \sqrt{2(1-v/c)}\,.$$

11*. Transformasi Lorentz untuk *E-B*: $\overrightarrow{B'}_{||} = \overrightarrow{B}_{||},\ \overrightarrow{E'}_{||} = \overrightarrow{E}_{||},$

$$\overrightarrow{E'}_{\perp} = \gamma(\overrightarrow{E}_{\perp} + \vec{v} \times \overrightarrow{B}_{\perp}),\ \overrightarrow{B'}_{\perp} = \gamma(\overrightarrow{B} - \vec{v} \times \frac{\overrightarrow{E}_{\perp}}{c^2}).$$

Catatan:

- *IPhO: International Physics Olympiad*, Olimpiade Fisika Internasional
- Tanda * merupakan materi lanjut
- Koreksi/masukan => kalda@ioc.ee.
- Disusun oleh J. Kalda, diterjemahkan dari bahasa Estonia oleh: U. Visk and J.K.
- J. Kalda, Ketua Pembuat Soal Teori Komite Akademik IPhO ke-43 tahun 2012 di Estonia